

## WIE ZUFÄLLIG IST MEIN ZUFALLSGENERATOR?

Der vorliegende Beitrag ist (auch) unter der Rubrik «Gesetz zur Gruppenbildung TEIL 5 – Beispielsammlung C» abgelegt. Nachdem in einem früheren Beitrag an dortiger Stelle formelmässig begründet wurde, dass das «Gesetz zur Gruppenbildung» nicht nur auf empirischen Grundlagen basiert, sondern sich «mathematisch punktgenau» definieren lässt, kann auch die hier gestellte Frage für den Einzelfall exakt beantwortet werden. Es ist uns allerdings nicht bekannt, ob auch alternative Kontrollverfahren betreffend die «Genauigkeit von Zufallsgeneratoren» existieren.

### WORUM ES GEHT

Wenn auch die Voraussetzungen für das Vorliegen von «wahrem bzw. echtem Zufall» klar definiert sind, so ist es trotzdem schwierig, diesen wahren Zufall auf künstliche Weise – in der Regel mittels sogenannter Zufallsgeneratoren – zu simulieren. Es muss dazu für die Maschine (den Generator) eine Anweisung erfolgen, wie er dies bestmöglich erreichen kann.

Die Maschine folgt damit einem dem Benutzer unbekanntem Algorithmus. Alle derart auf künstliche Weise erzeugten Zufallszahlen stellen damit zwangsläufig bloss sogenannte «Pseudo – Zufälligkeiten» dar. Inwieweit dies für die Praxis bedeutungsvoll (oder aber belanglos) sein mag, bleibt hier dahingestellt.

### ERWÄGUNGEN

Gehen wir vom einfachsten Fall aus: Dem fairen (!) Münzenwurf. Es ist unbestritten, dass nach unendlich vielen Würfeln genau gleichvielmal «Kopf» wie «Zahl» gefallen ist. Es herrscht «echter Zufall» darüber, ob in jedem Einzelfall «Kopf» oder «Zahl» obsiegt. Das gilt auch dann, wenn nach einem Zwischentotal von bspw. nur 100 Würfeln 55-mal «Kopf» und 45-mal «Zahl» gefallen ist.

Folglich: Dass ein Zufallsgenerator mit Auswahl «Kopf» vs. «Zahl» (oder «Ja vs. Nein», oder «27 vs. 236», etc., etc.) als Ergebnis beispielsweise «55 vs. 45» ausweist, heisst damit noch lange nicht, dass keine «echt – zufällige» Ziehung erfolgt sein konnte.

Die resultierende Häufigkeitsverteilung der gewonnenen Pseudo – Zufallszahlen des Generators sagt überhaupt nichts aus über die Genauigkeit des Algorithmus für echte Zufälligkeit. Mit Hilfe des «Gesetzes zur Gruppenbildung» hingegen, kann

diese Form von künstlich erzeugter Zufälligkeit – dabei weit über den einfachsten Fall «fairer Münzenwurf» hinaus – auf Genauigkeit überprüft werden.

**Prinzip der Überprüfung:** Aus jeder Zahlenreihe – so auch aus einer vom Zufallsgenerator erzeugten Abfolge von Zahlen – bildet sich nach dem «Gesetz zur Gruppenbildung» ein eindeutiges Muster der Paketbildung (Paketlängen und Paketanzahlen von sich unmittelbar folgenden identischen Zahlen). Ein solches „Paketmuster“ entsteht aus jeder beliebigen Zahlenreihe, unabhängig davon, ob diese aus echtem Zufall entstanden ist oder nicht. Das entstandene Paketmuster wird als „logisches Referenzprofil“ bezeichnet und basiert auf der Häufigkeitsverteilung der gelieferten Datenreihe.

Diesem punktgenauen «logischen Referenzprofil» kann nun der reale Ziehungsverlauf (also die reale Abfolge der erzeugten Zahlenreihe) als «Stichprobenprofil» mit eigenem Paketmuster (aus der gelieferten Zahlenreihe „ausgesiebt“) gegenübergestellt werden. Sind die Werte aus dem Zufallsgenerator tatsächlich «echt zufällig» entstanden, muss (müsste) sich für das «Stichprobenprofil» mit dem «logischen Referenzprofil» vollständige Überdeckung, sprich PLAUSIBILITÄTSGRAD 100% ergeben.

**Allerdings:** Das Modell als Ganzes weist eine systemische Unschärfe auf, weil die maximal möglichen Paketlängen «m» mit zunehmendem Ziehungsumfang auch bei unveränderter Häufigkeitsverteilung (d.h. bei zig - mal 1000 Ziehungen) anwachsen können und dadurch minimale Verschiebungen im Referenzprofil zur Folge haben können. Es zeigt sich aber, dass dies ab etwa 1000 Ziehungen auf den PLAUSIBILITÄTSGRAD praktisch keinen Einfluss mehr hat.

Für praktisch anfallende Zahlenreihen, welche aus deutlich weniger als 1000 verfügbaren Einzelwerten bestehen, kann mittels eines entwickelten Zuschlagsfaktors (ZF) eine Angleichung des PLAUSIBILITÄTSGRADES [%] auf das «normative Niveau 1000» ~ «Niveau  $\infty$ » vorgenommen werden. LINK → [ZUR GLEICHWERTIGKEIT VON PLAUSIBILITÄTSGRADEN.pdf](#)

## FALLBEISPIEL

Mit dem Excel – Zufallsgenerator für Gleichverteilung wurde 20-mal eine Ziehung von 1000 Werten in der **Bandbreite von 0 bis 9**, d.h. 10 einstellige Zahlen, vorgenommen. Der Auswurf der Zahlen wird hier aus Platzgründen nicht wiedergegeben.

Anhand der jeweiligen Häufigkeitsverteilung für eine Serie wurde nach dem «Gesetz zur Gruppenbildung» das «logische Referenzprofil» sowie das entsprechende «Stichprobenprofil» hergestellt, und daraus die quantifizierte Genauigkeit für den Zufallsgenerator bestimmt. Die **TABELLEN 2, 3 und 4** (im ANHANG) zeigen die verschiedenen Etappen der Berechnung – hier am Beispiel für die **20. Serie**.

Der interessierende **GESAMT – PLAUSIBILITÄTSGRAD** für diese 20. Serie beträgt demnach **93.35%**. 20.

**TABELLE 1** liefert die Zusammenstellung der berechneten GESAMT – PLAUSIBILITÄTSGRAD [ % ] zu allen 20 Serien (20 mal 1000 Zufallszahlen).

GESAMT - PLAUSIBILITÄTSGRAD [ % ] - BANDBREITE VON 0 BIS 9				
89.04	91.61	89.55	89.44	88.76
88.46	89.67	90.58	91.87	90.82
89.55	89.97	85.37	89.05	93.64
86.89	90.52	90.65	91.12	93.35
<b>TABELLE 1</b>				<b>20. SERIE</b>

Es ist klar, dass die Auswertung für jede der 20 Serien (à je 1000 Zufallszahlen) leicht abweichende Plausibilitätsgrade ergibt, da aus 20 verschiedenen Serien auch 20 leicht unterschiedliche Häufigkeitsverteilungen mit entsprechend veränderten Referenzprofilen entstehen. Jede Serie für sich könnte dabei (theoretisch) hundertprozentige Zufälligkeit für die erzeugte Zahlenreihe nachweisen.

Gestützt auf das «Gesetz zur Gruppenbildung» kann daraus für den Excel – Zufallsgenerator von Microsoft für die **Bandbreite 0 bis 9** ein gemittelter «PLAUSIBILITÄTSGRAD AUF ECHTE ZUFÄLLIGKEIT» von **(89.70 ± 0.95) %** berechnet werden (**VN ~ 100%**).

**PRÄZISIERUNG AUF SCHLUSSEITE ! 25.05.2026**

Um die Resultate laut **TABELLEN 2,3,4** (Im ANHANG) sowie von **TABELLE 1** (oben) abzusichern, wird die gleiche Übung wiederholt, diesmal jedoch für einen Zahlenbereich NICHT von 0 bis 9, **SONDERN von 0 bis 999**. In diesem Fall wird der Zahlenbereich (0 bis 999) in zehn gleichweite Abschnitte unterteilt und die auftretenden Zufallszahlen dem entsprechenden Abschnitt zugeordnet. Daraus ergibt

sich dann wiederum die benötigte Häufigkeitsverteilung zur Errichtung des „logischen Referenzprofils».

Dazu die **TABELLEN 6, 7, 8** (im ANHANG) sowie **TABELLE 5** (unten).

GESAMT - PLAUSIBILITÄTSGRAD [%] - BANDBREITE VON 0 BIS 999				
90.69	89.85	88.28	90.25	88.9
88.55	87.77	93.38	92.82	88.89
93.06	92.62	89.62	93.24	91.65
89.5	91.48	89.67	91.92	92.93
TABELLE 5 (im direkten Vergleich zu TABELLE 1)				20. SERIE

Wird die Überprüfung des Excel – Zufallsgenerators von Microsoft anhand von 20 mal 1000 Zufallszahlen aus der **Bandbreite 0 bis 999**, statt der Bandbreite (0 bis 9) durchgeführt, folgt ein praktisch identischer «PLAUSIBILITÄTSGRAD AUF ECHTE ZUFÄLLIGKEIT» von **(90.85 ± 0.75) %**.

**PRÄZISIERUNG AUF SCHLUSSEITE ! 25.05.2026**

**DER EINFLUSS DER BANDBREITE DER ZUFALLSZAHLEN IST BEDEUTUNGSLOS!**

## ZUSAMMENFASSUNG

Die Frage: «Wie zufällig ist eine gelieferte Zahlenabfolge zustande gekommen?», kann bei sehr vielen Vorgängen in der Natur, der Gesellschaft, der Wirtschaft, der (Mess -) Technik, etc. von Interesse sein.

Grundlage zur Quantifizierung dieser Form von Zufall bildet das ursprünglich als «empirisch» bezeichnete «Gesetz zur Gruppenbildung». Dieses kann aber in die nachfolgend nochmals vorgestellte exakte «Zufallsformel» gefasst werden, womit das Gesetz nicht mehr bloss «empirisch», sondern auch «mathematisch» definiert ist.

Die systemische Unschärfe des Modells **im praktischen Gebrauch** – bedingt durch die begrenzte Anzahl Zahlen (Z), welche die zu untersuchende Zahlenreihe bilden ( $Z \ll \infty$ ) – scheint vernachlässigbar, wenn das «logische Referenzprofil» aus ca. 1000 Einzelwerten ( $Z \sim 1000$ ) erstellt werden kann. Für kleineren Zahlenumfang

besteht ein approximierter ZUSCHLAGSFAKTOR (ZF) auf den ermittelten PLAUSIBILITÄTSGRAD.

Sofern sich mehr als 10 verschiedene Variablen (hier Zahlen) vorfinden, die am Geschehen beteiligt sind, wird die Bandbreite der Werte in 10 gleiche Teilabschnitte unterteilt und diesen Teilabschnitten die entsprechende Anzahl an Einzelwerten zugeordnet. Die sich so ergebende Verteilungsdichte pro Teil – Zahlenband bildet in solchen Fällen den Ausgangspunkt für das «logische Referenzprofil».

Als Spezialfall sei am Rande erwähnt, dass sich in allen Fällen, welche dem Modell «Münzenwurf» ( $n = 2$ ) entsprechen, aus reiner Zufälligkeit – unbesehen davon, wie «Kopf» und «Zahl» relativ zueinander gewichtet sind! – immer gleichviele Pakete aus **zwei gleichen** Zahlen bilden.

Und zu guter Letzt: Der Excel - Zufallsgenerator von Microsoft liefert eine «echte Zufälligkeit» von ca. 90%. Ob dies ein guter oder ein mässiger Wert ist, müsste im Vergleich mit alternativen Zufallsgeneratoren beurteilt werden.

08.05.2026 Ba.

### PRÄZISIERUNG 25.05.2026 / Ba.

Rein rechnerisch sind die Resultate ( $89.70 \pm 0.95$ ), bzw. ( $90.85 \pm 0.75$ ) absolut richtig. Und dennoch sind sie mit Blick auf die im Titel gestellte Frage irreführend:

Die je 20 Plausibilitätsgrade gemäss **TABELLE 1** resp. **TABELLE 5** sind voneinander unabhängige, eigenständige und eindeutige Ergebnisse ohne « $\pm$  Toleranzen». Sie bezeichnen (jeder für sich) den konkreten Grad an Zufälligkeit für die real erfolgte Ziehung im Verhältnis zur absoluten Zufälligkeit, welche sich anhand von deren Häufigkeitsverteilung einstellt.

Es ist demnach irreführend, hier einen Mittelwert aus 20 Serien FÜR EINEN Plausibilitätsgrad zu bestimmen und daraus (mittels SD und der Anzahl Serien) eine Wahrscheinlichkeitsrechnung «auf die Gesamtheit =  $\infty$ » anzustellen.

Mit den Zahlen gemäss **TABELLE 1** UND **TABELLE 5** wird **NICHT** die Frage beantwortet: «Wie zufällig **IST** mein Zufallsgenerator» (allgemein), **SONDERN** vielmehr die Frage: «Wie gross **WAR** (unter diesen 20 Ziehungen) **JEWELNS** das Mass an generierter Zufälligkeit **bei der betreffenden Serie**».

Wie in einem weiteren Beitrag unter [TEIL 7A](#) anhand eines analogen Beispiels gezeigt wird, folgt für den Excel – Zufallsgenerator bei bloss zwei Variablen («Kopf» oder «Zahl») **NICHT** ein approximativer PLAUSIBILITÄTSGRAD von rund 90% (wie oben, bei zehn Variablen), **SONDERN** ein solcher von durchschnittlich rund **84%**. Der Unterschied ist verständlich, denn bei den nur zwei Variablen «Kopf» vs. «Zahl»

entstehen fallweise viel «längere Pakete» aus sich unmittelbar folgenden identischen Zahlen. Damit erhöhen sich – speziell bei Paketen für grössere «m» – die relativen Abweichungen zwischen der Paketstückzahl aus «logischem Referenzprofil» bzw. zugeordnetem «Stichprobenprofil». Der Zufallsgenerator (bzw. dessen Algorithmus) ist bei nur zwei Variablen weniger gut in der Lage, die gewünschte Zufälligkeit zu simulieren. Angenähert dürfte sich der PLAUSIBILITÄTSGRAD für den Excel – Zufallsgenerator «linear» durchschnittlich zwischen rund 84% bei 2 Variablen und rund 90% bei 10 Variablen einstellen.

**Und nochmals:** Ein PLAUSIBILITÄTSGRAD liegt «rückblickend» stets als Einzelfall vor. Er beziffert demnach NICHT den WAHRSCHEINLICHEN Grad an Zufälligkeit, der «allgemein» vom Excel - Zufallsgenerator erzielt werden kann.

Siehe dazu Weiteres unter [TEIL 7A](#).

**Im dortigen Beitrag wird die hier im Titel gestellte Frage „Wie zufällig ist mein Zufallsgenerator“ VORAUSSCHAUEND – unter dem Gesichtspunkt der Wahrscheinlichkeit – behandelt und beantwortet:**

**Aussage auf Vertrauensniveau VN 95%: es folgt ein  $W_{\text{total}} = 87.22\%$**

**Aussage auf Vertrauensniveau VN 99%: es folgt ein  $W_{\text{total}} = 79.92\%$**

**Das Ergebnis hängt demnach auch davon ab, welche Fehlertoleranz (5%, 1%) die Antwort aufweisen soll.**

25.05.2026 / Ba.

## ZUFALLSFORMEL

Sofern eine Abfolge von Zahlen aus reiner Zufälligkeit entstanden ist, bildet sich (ad Infinitum) ein Muster an Zahlenpaketen von je eindeutig bestimmten unterschiedlichen Längen (nach Anzahl gleicher Ziffern) sowie von eindeutig bestimmten Mengen (Stückzahlen) gleichgrosser Pakete.

Der Zusammenhang kann in eine «Zufallsformel» (unten) gefasst werden. Diese bildet die Berechnungsgrundlage zur Herstellung eines beliebigen «**wahren** Referenzprofils». Als Ausgangspunkt für dessen Entwicklung dient die Vorgabe einer wählbaren Anzahl Variablen «n» ( $n \geq 2$ ) mit deren gewünschten Gewichtungen ( $p_i$ ). Mit dem zugleich gewählten Exponenten «m» wird festgelegt, bis zu welcher maximalen Paketlänge das Verteilungsmuster für die Pakete entwickelt werden soll.

Zur Herstellung des «**logischen** Referenzprofils» aus einer realen Zahlenfolge dient die Häufigkeitsverteilung ( $p_i$ ) der gelieferten unterschiedlichen Zahlen. Auch hier kann mit der Vorgabe der maximalen Paketlänge «m» der Umfang des Verteilungsmusters festgelegt werden. Jeder individuelle Plausibilitätsgrad (hier: Grad der Zufälligkeit) für die gelieferte Zahlenreihe ergibt sich aus dem **Absolutwert**:

$$[(1 - (\text{Anzahl Pakete Stichprobe} - \text{Anzahl Pakete Referenz}) / \text{Anzahl Pakete Referenz})] * 100 [\%]$$

heisst:  $[1 - ((\text{APS} - \text{APR}) / \text{APR})] * 100$ . Wenn  $(\text{APS} - \text{APR}) / \text{APR} \geq 1$ , dann Plausibilität = 0

Zur Bestimmung des massgebenden GESAMT – PLAUSIBILITÄTSGRADES [%] wird jede individuelle Stückzahl für ein Paket mit dessen jeweiligem Inhalt (Paketlänge «m») gewichtet.

$$\text{ZUFALLSFORMEL: } \sum_m \sum_i (1 - p_i)^2 * (p_i)^m = 1$$

$p_i$  = Häufigkeit resp. Gewicht der i-ten von total «n» verschiedenen Zahlen [% / 100];  
( $2 \leq n \rightarrow \infty$ )

m = Anzahl sich unmittelbar folgender gleicher Zahlen  
( $1 \leq m \rightarrow \infty$ )

Das derzeit verfügbare Rechenprogramm ist für einen Zahlenbereich bis

$n_{\text{max.}} = 10$  und  $m_{\text{max.}} = 10$  ausgelegt. Die Formel gilt jedoch bis  $n = \infty$  und  $m = \infty$ .