

## DAS GESETZ ZUR GRUPPENBILDUNG

### TEIL 7A – Plausibel ist nicht Wahrscheinlich ERWEITERT



siehe auch [TEIL 1](#); [TEIL 2](#); [TEIL 3](#); [TEIL 4](#)  
[TEIL 5A](#); [TEIL 5B](#); [TEIL 5C](#); [TEIL 6](#); [TEIL 7](#)

## WORUM ES GEHT

Im Beitrag [TEIL 7](#) wurde gezeigt, worin sich Aussagen zur Plausibilität, bzw. zur Wahrscheinlichkeit mit Bezug auf das «Gesetz zur Gruppenbildung» unterscheiden.

Pro Memoria:

PLAUSIBILITÄT beziffert den Grad an Zufälligkeit, mit der eine bestimmte, vorliegende Zahlenreihe «in diesem Einzelfall» entstanden ist → wie plausibel sind die vorhandenen Daten hinsichtlich ihrer «zufälligen Entstehung»?

WAHRSCHEINLICHKEIT schätzt das Mass an Zufälligkeit ab, mit der ein Prozess abläuft und dabei die entsprechenden Daten erzeugt → wie wahrscheinlich erfolgt eine Prozessabwicklung resp. Zahlenabfolge rein zufällig?

Während der PLAUSIBILITÄTSGRAD [P(%)] **eine** Datenabfolge, bezogen auf «echte Zufälligkeit» bewertet, stellt der WAHRSCHEINLICHKEITSGRAD [W (%)] ein entsprechendes Schätzmass für den fortlaufenden Prozess aufgrund von mehreren Datenlieferungen/Stichproben zu Geschehen dar.

In den bisherigen Beiträgen zum Thema «Gesetz zur Gruppenbildung» stand stets die Plausibilität EINER Datenreihe zur Diskussion. Die Thematik «Wahrscheinlichkeit» wurde dagegen – mit Begründung – bisher nur am Rand angesprochen.

Mit dem vorliegenden Beitrag soll jetzt gezeigt werden, wie sich das «Gesetz zur Gruppenbildung» auch «zukunftsgerichtet» nutzen lässt. Dazu wird auf eine **nachträgliche** «Präzisierung» im Beitrag [WIE ZUFAELLIG IST MEIN ZUFALLSGENERATOR](#) verwiesen.

Nebst der generellen Beschreibung des Vorgehens «bei WAHRSCHEINLICHKEIT» wird die entsprechende Berechnung anhand eines konkreten Beispiels gezeigt.

## GENERELLER BERECHNUNGSABLAUF

Es werden **mehrere** Serien von approximativ gleichem Zahlenumfang aus dem laufenden Prozess benötigt – beispielsweise 10 Serien. Damit sind je 10 «logische Referenzprofile» mit den 10 zugeordneten «Stichprobenprofilen» zu erstellen.

Für jede der resultierenden «Paketgrössen  $m$ » kann sowohl aus dem «logischen Referenzprofil» als auch aus dem zugeordneten «Stichprobenprofil» je ein Mittelwert der «Paketbildung» ermittelt werden.

Aus den Mittelwerten mit Standardabweichung, Stichprobengrösse und wählbarem Vertrauensniveau ( $VN$ ) resultiert für jedes Zahlenpaket aus dem «logischen Referenzprofil» und dem «Stichprobenprofil» je ein oberer und unterer Grenzwert (Konfidenzintervall) für die entsprechende Anzahl Pakete.

Aus dem Mittel der vier unterschiedlichen Differenzen zwischen «Paket – SOLL» und Paket – IST» wird nach früher gezeigten Zusammenhang der individuelle Wahrscheinlichkeitsgrad [ $W$  (%)] für jedes Zahlenpaket berechnet.

Aus jedem dieser individuell massgebenden Wahrscheinlichkeitsgrade je Paket, kann abschliessend der mutmassliche WAHRSCHEINLICHKEITSGRAD AUF ZUFÄLLIGKEIT [ $W_{total}$  (%)] für den WEITEREN Prozessverlauf berechnet werden. Dazu sind die individuellen Wahrscheinlichkeitswerte je Zahlenpaket mit dessen jeweiligem Inhalt (Paketlänge « $m$ ») zu gewichten.

## BERECHNUNGSBEISPIEL

**Ausgangslage:** Der Excel – Zufallsgenerator von Microsoft soll das zufällige Werfen einer Münze simulieren. In einer ersten Serie sollen 1000 Zufallszahlen (entweder «Kopf» = «1» oder «Zahl» = «2») erzeugt werden. Es sollen alsdann 9 weitere Serien à 1000 Zufallszahlen folgen.

**Ablauf:** Die zehnte Serie von 1000 Ziehungen liefert ein «logisches Referenzprofil» laut **TABELLE 1** und ein dazugehöriges «Stichprobenprofil» gemäss **TABELLE 2** (im ANHANG).

Da nicht unendlich viele, sondern nur 1000 Zahlen gezogen wurden, ist es einleuchtend, dass die «1» und die «2» nicht genau gleich oft aufgetreten sind (hier 494 x die «1» und 506 x die «2», siehe Tabellenkopf Tabelle 1). Das heisst nun aber NICHT, dass deshalb die Ziehung nicht «rein zufällig» erfolgt sein konnte.

Der Ablauf der Berechnungen – ausgehend von den entsprechenden «Referenz – und Stichprobenprofilen» (Ref. und St.) – ist in **TABELLE 3** bis **TABELLE 6** dargestellt. **TABELLE 3** und **TABELLE 4** liefern für den Zufallsgenerator das

WAHRSCHEINLICHE MASS AN ZUFÄLLIGKEIT [%] für ein **VN von 95%**. Die **TABELLE 5** und **TABELLE 6** ein solches für ein **VN von 99%**.

## ERGEBNISSE UND FAZIT

Dieser Beitrag zum „Gesetz zur Gruppenbildung“ befasst sich schwerpunktmässig nicht mit „Plausibilität“, sondern mit „Wahrscheinlichkeit“. Zu Vergleichszwecken sind in **TABELLE 7** (unten) dennoch die aus den 10 Ziehungsserien (à je 1000 Zufallszahlen) ausgewiesenen individuellen **PLAUSIBILITÄTSGRAD(E) [%]** aufgeführt.

1. Serie	2. Serie	3. Serie	4. Serie	5. Serie
<b>84.86</b>	<b>88.74</b>	<b>85.14</b>	<b>87.63</b>	<b>85.42</b>
<b>86.48</b>	<b>83.19</b>	<b>77.93</b>	<b>80.11</b>	<b>80.51</b>
6. Serie	7. Serie	8. Serie	9. Serie	10. Serie

## TABELLE 7 GESAMT – PLAUSIBILITÄTSGRAD(E) [%]

Auch wenn diese Tabellenwerte nicht markant von den beiden **WAHRSCHEINLICHKEITSGRADEN [%]** für die vorausschauende Zufälligkeit des Excel – Zufallsgenerators abweichen, so dürfen die Ergebnisse trotzdem nicht „gegeneinander ausgespielt“ werden.

Wie auch im Beitrag [WIE ZUFAELLIG IST MEIN ZUFALLSGENERATOR](#) gezeigt, beläuft sich der **WAHRSCHEINLICHE GRAD AN ZUFÄLLIGKEIT** für den Excel – Algorithmus **VORAUSSCHAUEND** auf:

**$W_{total} = 87.22\%$  bei VN 95% bzw.**

**$W_{total} = 79.92\%$  bei VN 99%**

(Entwicklung gemäss Hilfstabellen im Anhang)

Aussagen auf Wahrscheinlichkeit sind immer (auch) abhängig von der Fehlertoleranz (hier 5%, 1%), welche man der Aussage einräumen will. Dies ganz im Gegensatz zur Angabe eines real gemessenen **PLAUSIBILITÄTSGRAD(E) [%]**.

pZahl (i%/100) ->	0.494	0.506									PAKETSUMME
Gruppenbildung "m"	Zahlenband 1	Zahlenband 2	Zahlenband 3	Zahlenband 4	Zahlenband 5	Zahlenband 6	Zahlenband 7	Zahlenband 8	Zahlenband 9	Zahlenband 10	ALLER Zahlenbänder 1 bis 10
m = 1	126.481784	123.482216	0	0	0	0	0	0	0	0	249.964
m = 2	62.4820013	62.4820013	0	0	0	0	0	0	0	0	124.9640026
m = 3	30.86610864	31.61589266	0	0	0	0	0	0	0	0	62.4820013
m = 4	15.24786767	15.99764168	0	0	0	0	0	0	0	0	31.24549935
m = 5	7.532441688	8.094806892	0	0	0	0	0	0	0	0	15.62724838
m = 6	3.721026194	4.095972186	0	0	0	0	0	0	0	0	7.81699838
m = 7	1.83818694	2.072561926	0	0	0	0	0	0	0	0	3.910748866
m = 8	0.908064348	1.048716335	0	0	0	0	0	0	0	0	1.956780683
m = 9	0.448583788	0.530650465	0	0	0	0	0	0	0	0	0.979234253
m = 10	0.221600391	0.268509135	0	0	0	0	0	0	0	0	0.490109527
SUMME ALLER PAKETE											499.4366233
PROZENTUALER ANTEIL ALLER ERFASTEN DATEN											99.41019297
ERFASTE ANZAHL DATEN alle bis m ≤ 10; 2 ≤ n ≤ 10	491.4089902	502.6929396	0	0	0	0	0	0	0	0	994.1019297
ERFASTE ANZAHL PAKETE alle bis m ≤ 10; 2 ≤ n ≤ 10	249.747655	249.6889684	0	0	0	0	0	0	0	0	499.4366233
SUMME ALLER ERFASTEN DATEN											994.1019297

### TABELLE 1 LOGISCHES REFERENZPROFIL

PAKETLÄNGE (m)	PROMILLEANTEILE										ALLE PAKETE (Stk.) PRO GRUPPENGRASSE (m)
	Zahl 1	Zahl 2	Zahl 3	Zahl 4	Zahl 5	Zahl 6	Zahl 7	Zahl 8	Zahl 9	Zahl 10	
m = 1	118	119	0	0	0	0	0	0	0	0	237
m = 2	63	71	0	0	0	0	0	0	0	0	134
m = 3	38	23	0	0	0	0	0	0	0	0	61
m = 4	18	21	0	0	0	0	0	0	0	0	39
m = 5	6	4	0	0	0	0	0	0	0	0	10
m = 6	3	5	0	0	0	0	0	0	0	0	8
m = 7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
m = 8	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	4
m = 9	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
m = 10	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
KONTROLLSUMME ANZAHL PAKETE!											496
ANZAHL DATEN HOCHGERECHNET!											1000
REALE ANZAHL DATEN	494	506	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
REALE ANZAHL PAKETE	248	248	0	0	0	0	0	0	0	0	496

### TABELLE 2 STICHPROBENPROFIL

### HILFSTABELLEN ZAHLENBAND 1 (VN 95%)

	m = 1		m = 2		m = 3		m = 4		m = 5		m = 6		m = 7		m = 8		m = 9		m = 10		
	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	
Serie 1	125.74	131	62.49	72	31.06	25	15.43	13	7.67	8	3.81	6	1.89	0	0.941	0	0.468	1	0.232	1	
Serie 2	120.34	124	62.33	62	32.29	40	16.72	16	8.66	8	4.48	4	2.32	2	1.2	1	0.623	0	0.323	0	
Serie 3	122.71	145	62.45	56	31.79	32	16.18	12	8.23	10	4.19	3	2.13	3	1.08	0	0.568	1	0.281	1	
Serie 4	131.14	138	62.16	63	29.46	31	13.96	12	6.62	7	3.13	3	1.48	3	0.705	0	0.334	0	0.158	0	
Serie 5	121.4	137	62.4	60	32.07	34	16.48	16	8.47	8	4.35	5	2.24	3	1.15	0	0.591	0	0.308	0	
Serie 6	132.2	135	62	65	29.08	30	13.64	14	6.39	6	3	3	1.407	0	0.66	0	0.31	0	0.145	1	
Serie 7	122.12	124.39	62.43	80.99	31.9	24.26	15.3	13.14	8.33	6.06	4.25	5.05	2.175	2.02	1.11	0	0.568	1.01	0.29	1.01	
Serie 8	123.99	125.38	62.48	51.56	31.49	43.47	15.87	20.22	8	5.05	4.03	3.03	2.03	1.01	1.02	1.01	0.516	0	0.26	0	
Serie 9	126.48	141.55	62.48	57.63	30.86	22.24	15.24	18.2	7.53	6.06	3.72	1.01	1.83	5.05	0.908	0	0.448	0	0.221	2.02	
Serie 10	126.48	118	62.48	63	30.86	38	15.24	18	7.53	6	3.72	3	1.83	0	0.908	2	0.448	0	0.221	0	
DURCHSCHNITT	125.267	131.932	62.37	63.108	31.086	31.997	15.3977778	15.256	7.743	7.017	3.868	3.897777778	1.9332	1.908	0.9682	0.401	0.4874	0.301	0.2439	0.603	
SD	3.98038259	8.774285409	0.16472199	8.324301506	1.08063973	7.029509308	1.03712075	2.873105946	0.76048303	1.474479569	0.49754508	1.169901468	0.30835614	1.673265603	0.18083805	0.700165853	0.10615209	0.484663686	0.06007116	0.704305016	
UNTERGRENZE	122.928	129.048	62.251	57.076	30.303	26.904	14.656	13.174	7.192	5.949	3.508	3.05	1.71	0.696	0.837	-0.106	0.411	-0.05	0.2	0.093	
OBERGRENZE	127.606	134.816	62.489	69.14	31.869	37.09	16.149	17.338	8.294	8.085	4.228	4.745	2.157	3.12	1.099	0.908	0.564	0.652	0.267	1.113	
(n = 10, VN 95%)																					
DIFF 1	6.12		5.175		3.399		1.482		1.243		0.458		1.014		0.943		0.461		0.107		
DIFF 2	11.888		6.889		6.787		2.682		0.893		1.237		1.41		0.071		0.241		0.913		
DIFF 3	1.442		5.413		4.965		2.875		2.345		1.178		1.461		1.205		0.614		0.194		
DIFF 4	7.21		6.651		5.221		1.189		0.209		0.517		0.963		0.191		0.088		0.826		
MITTEL	6.665		6.032		5.093		2.082		1.1725		0.8475		1.212		0.6025		0.351		0.51		
W spezifisch	94.68	94.68	90.33	90.33	83.62	83.62	86.48	86.48	84.86	84.86	78.09	78.09	37.31	37.31	37.77	37.77	27.99	27.99	0	0	
Gewichtetes Produkt	12491.32176		11401.09128		8026.76742		5277.35552		2977.3131		1826.2648		498.31236		121.16616		75.82491		42695.41731	88.7809432	475.551
																					Wtotal (nur für Zahlenband 1)

### TABELLE 3 ZAHLENBAND «KOPF» VN 95%

#### HILFSTABELLEN ZAHLENBAND 2 (VN 95%)

	m = 1		m = 2		m = 3		m = 4		m = 5		m = 6		m = 7		m = 8		m = 9		m = 10		
	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	Referenz	Stichprobe	
Serie 1	124.24	128	62.49	69	31.43	30	17	7.95	6	4	3	2.01	3	1.01	0	0.509	0	0.256	1		
Serie 2	129.33	134	62.33	66	30.04	27	14.48	18	6.98	10	3.36	1	1.62	1	0.78	0	0.376	0	0.181	0	
Serie 3	127.2	136	62.45	71	30.66	28	15.05	14	7.39	8	3.63	1	1.78	3	0.875	0	0.429	0	0.211	0	
Serie 4	118.188	123	62.16	66	32.69	24	17.19	20	9.04	7	4.75	5	2.50	3	1.31	3	0.892	1	0.364	0	
Serie 5	128.4	137	62.4	69	30.32	39	14.74	9	7.16	5	3.48	2	1.69	3	0.822	0	0.4	0	0.194	0	
Serie 6	116.79	118	62.02	58	32.93	46	17.48	17	9.28	5	4.93	4	2.61	2	1.3	1	0.738	3	0.382	0	
Serie 7	127.68	130.43	62.43	67.74	30.52	33.36	14.93	15.16	7.3	11.12	3.57	2.02	1.74	0	0.853	0	0.417	0	0.204	0	
Serie 8	126.00	128.41	62.49	50.55	30.99	43.47	15.37	17.18	7.62	5.05	3.78	4.04	1.87	1.01	0.93	2.02	0.482	0	0.228	0	
Serie 9	123.48	129.42	62.48	59.65	31.61	28.31	15.99	20.22	8.09	8.08	4.09	7.07	2.07	2.02	1.05	0	0.53	0	0.268	0	
Serie 10	123.48	119	62.48	71	31.61	23	15.99	21	8.09	4	4.09	5	2.07	1	1.05	2	0.53	1	0.268	1	
DURCHSCHNITT	125.975	128.326	62.373	64.794	31.39	32.414	15.48125	16.856	7.89	6.925	3.668	3.413	2.133333333	1.903	0.963333333	0.802	0.5103	0.5	0.2556	0.2	
SD	4.0512573	6.616701427	0.16055805	6.662567406	0.9689182	7.946436238	0.9573839	3.536775682	0.7724564	2.354358842	0.52551049	1.969241535	0.4285246	1.099818672	0.1601632	1.137656461	0.12109679	0.971825316	0.0689673	0.421637021	
UNTERGRENZE	122.14	123.532	62.257	59.966	30.578	26.656	14.789	14.293	7.33	5.219	3.587	1.986	1.823	1.106	0.847	-0.022	0.35	-0.204	0.206	-0.105	
OBERGRENZE	128.01	133.12	62.489	69.622	31.982	38.172	16.176	19.419	8.45	8.631	4.349	4.84	2.444	2.7	1.079	1.626	0.67	1.204	0.306	0.505	
(n = 10, VN 95%)																					
DIFF 1	1.392		2.291		3.922		0.496		2.111		1.601		0.717		0.869		0.554		0.311		
DIFF 2	10.98		7.365		7.594		4.83		1.301		1.253		0.877		0.779		0.854		0.299		
DIFF 3	4.478		5.326		5.326		3.231		3.231		2.363		1.338		1.101		0.874		0.411		
DIFF 4	5.11		7.133		6.19		3.243		0.191		0.491		0.256		0.547		0.534		0.199		
MITTEL	5.49		4.828		5.758		2.563		1.706		1.427		0.797		0.824		0.704		0.305		
W spezifisch	95.61	95.61	92.26	92.26	81.59	81.59	83.44	83.44	78.38	78.38	64.04	64.04	62.64	62.64	14.46	14.46	0	0	0	0	
Gewichtetes Produkt	12269.24886		11955.78888		7933.97478		5625.85856		2713.9075		1311.41112		834.42744		92.77536		0	0	42737.3925	84.8098756	503.92
																					Wtotal (nur für Zahlenband 2)

VN 95% W total GESAMT = 87.22 %

### TABELLE 4 ZAHLENBAND «ZAHL» VN 95% UND W<sub>total</sub> GESAMT VN 95%

