

## THEMA UND ABGRENZUNG

Die Auswertung von Volkszählungen gehört zum eisernen Bestand der beschreibenden Statistik. Eine der Aussagen ist die Angabe der mittleren Lebenserwartung bei Geburt sowie die anhand erstellter Sterbetafeln (für eine «künstliche Population» von jeweils 100000 Personen) daraus abgeleitete mittlere Restlebenszeit dieser Personengruppe je nach aktuellem Alter (z.B. nur für Frauen, nur für Männer oder gesamt). In der Auswertung resultieren dabei leicht abweichende Ergebnisse, je nachdem, auf welcher Sterbetafel (stets für eine Population von 100000 Personen) die Berechnungen aufgebaut sind. So kennt man beispielsweise sogenannte 5x1 – Tabellen, 1x5 – Tabellen oder auch 1x1 – Tabellen. Die erste Ziffer bezeichnet dabei die Grösse der Altersgruppe (1 Jahrgang, 5 Jahrgänge), die zweite Ziffer die Erfassungsdauer (ein Kalenderjahr oder fünf Kalenderjahre), welche einem Tabellenwert zugrunde liegt.

Eine «Abgrenzung» gegenüber diesem (weltweit) etablierten Verfahren mit Aussage zur mittleren Restlebensdauer besteht darin, dass nachstehend – eher in Sinne einer Ergänzung, denn einer Abgrenzung – aus dem verfügbaren Datenmaterial (Rohdaten, speziell dx – Spalte aus der Sterbetafel) mittels einer logistischen Summenfunktion (Basisformel) auf Restlebenszeiten von BELIEBIGER Erlebenswahrscheinlichkeit (95%, 80%, 65%, **50%**, 35%, 20%, 5%) geschlossen werden kann.

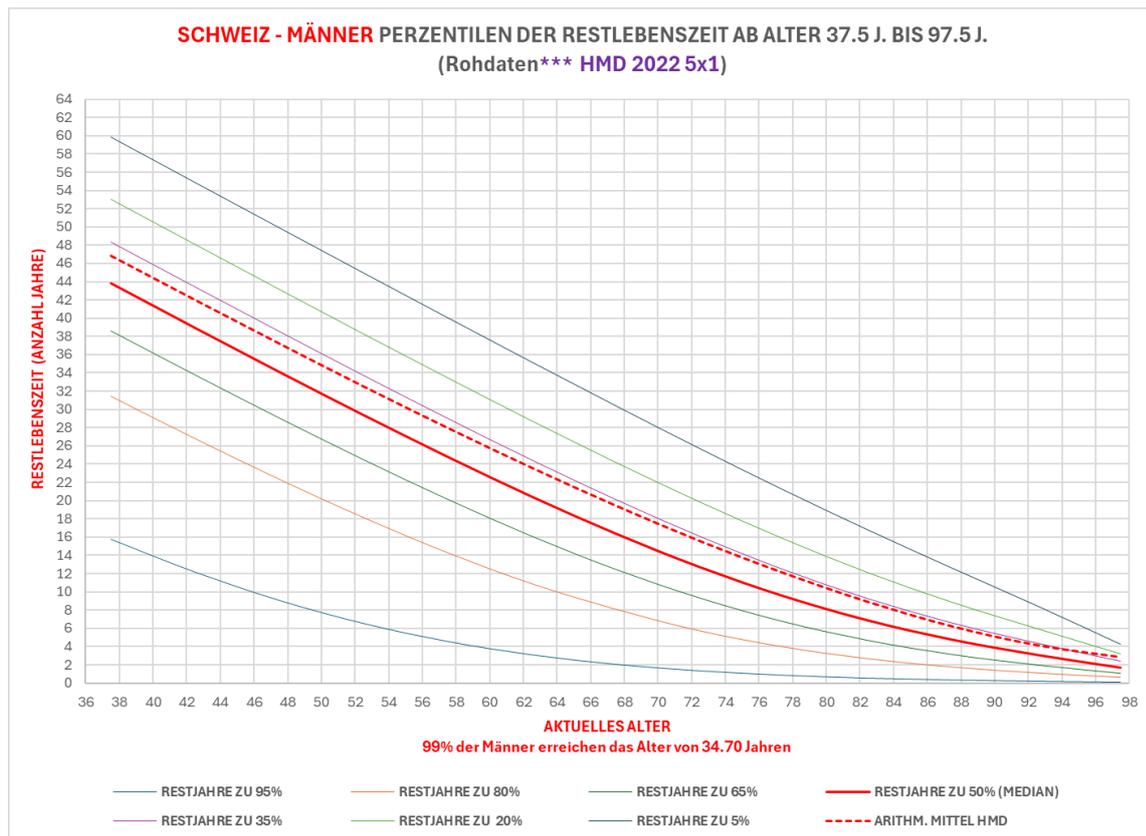
Interessant ist dabei der Umstand, dass die heute ausgewiesene mittlere Restlebenszeit – abweichend vom Median (50%) – nur zu etwa 35% Wahrscheinlichkeit erreicht wird. Wird also nach «gängiger Praxis» informiert, eine Person von bspw. 60 Jahren (Frau, Schweiz), habe nach heutigem Wissensstand durchschnittlich noch rund 30 Jahre zu leben, ist das zwar nicht falsch, wird aber nur mit ca. 35% Wahrscheinlichkeit erreicht.

Durch die Einführung von PERZENTILEN DER RESTLEBENSZEIT wird die statistische Information zudem «quasi personalisiert», so z.B. mit der Aussage: «von 1000 Frauen im Alter von 60 Jahren werden 950 Frauen zumindest die nächsten rund 6 Jahre überleben» – oder: «von 1000 Frauen im Alter von 60 Jahren werden immerhin rund ein Drittel das Alter von 90 Jahren erreichen»; etc.

## EINSCHRÄNKUNG

Die Auswertungen der dx – Sterbefälle nach den Sterbetafeln führen zu einer ausserordentlich guten Übereinstimmung (Deckung) mit der verwendeten linksschief – logistischen Summenformel (Korrelationskoeffizient  $r$  stets  $> 0.995\dots$ ) als Basis für alle weiteren Berechnungen. Daraus ergibt sich auch, dass erst bei einem Alter von ca. 35 Jahren (Männer - Schweiz) bzw. 45 Jahren (Frauen - Schweiz) 1% der jeweiligen Gesamtpopulation verstorben ist. Es macht daher keinen Sinn und ist mathematisch auch nicht möglich, für jüngere Personen PERZENTILEN herleiten zu wollen. Dies auch deshalb, weil die jährlichen Abgänge in jüngeren Jahren relativ unstrukturiert erfolgen und daher statistisch kaum verwertbar sind. Oberhalb dieser Altersgrenzen (Frauen  $> 45$  J., Männer  $> 35$  J.) können hingegen statistisch zuverlässige Aussagen über BELIEBIGE RESTLEBENSZEITEN gemacht werden.

21.11.2024



**Genereller Ansatz aus Basisformel (linksschief – logistische Summierung der jährlichen Sterbefälle):**

$$Kx = \{1 - [e^{(-A * e^{(B * X)})}]\} * Kmax$$

$Kx$  = Teilsumme aller bis zum Jahr X akkumulierten Sterbefälle

$Kmax$  = Gesamtsumme aller Sterbefälle (iterativ, für grösstmöglichen Korrelationskoeffizienten  $r$ )

$A$  = Konstanteterm;  $B$  = Regressionskoeffizient

Die Berechnung der Restlebenszeiten (je nach aktuellem Alter) aus vorgegebenen Perzentilen der Erlebenswahrscheinlichkeit innerhalb der Bandbreite von 1% - bis 99% aller Verstorbenen (95%, 80%, 65%, 50%, 35%, 20%, 5%) erfolgt durch jeweilige Umformung obiger Basisformel.

**Hier vorliegende Kennwerte zur Basisformel:**

$Kmax$  (iterativ) = 99593 Fälle (~100000 Fälle - entsprechend Spalte  $dx$  zur Sterbetafel HMD 5x1/ 2022)

$A = 0.00043$ ;  $B = 0.0909718$ ;  $r = 0.99687$

Abgänge unter 1% = bei Alter 34.70 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 37.5 Jahren)

Abgänge unter 99% = bei Alter 102.06 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 97.5 Jahren)

$Xs$  = Häufigste Abgänge = bei Alter 85.27 Jahre = wahrscheinlichste Lebenserwartung ab Geburt

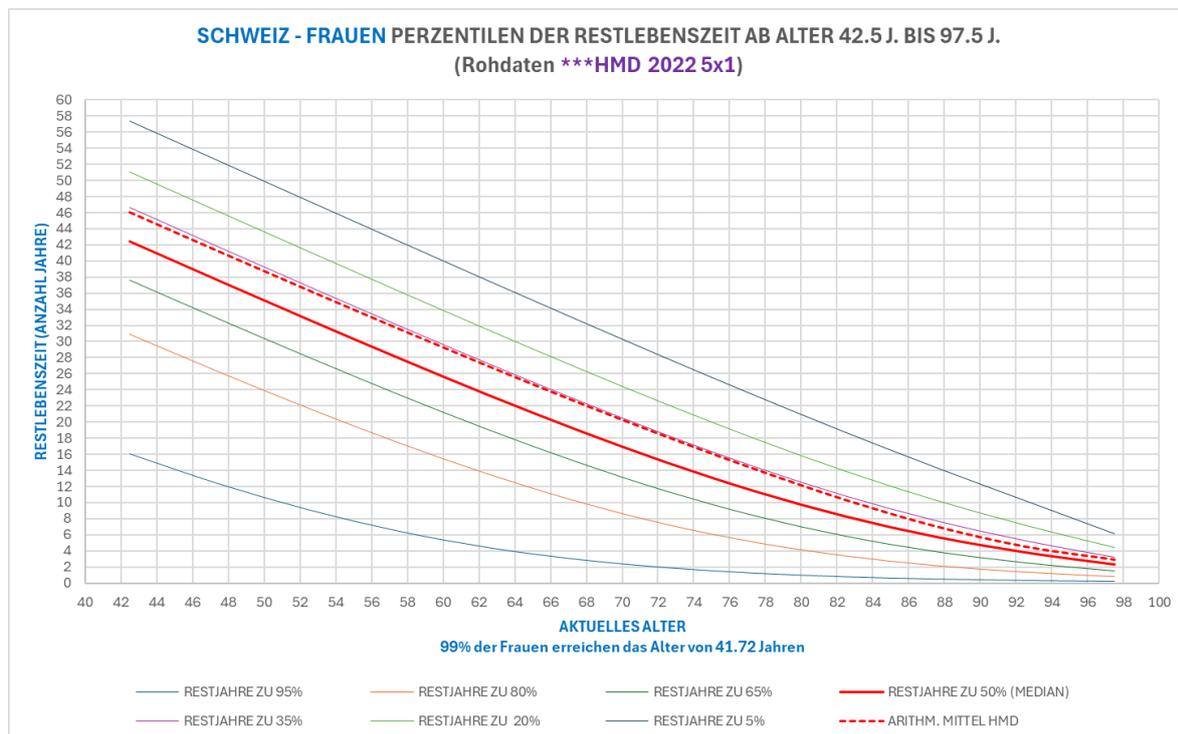
$X50$  = Median = 81.24 Jahre ab Geburt

Maximale Fehlerbandbreite der berechneten Restlebenszeiten  $\leq 0.5$  Jahre (!)

Sterbefälle im Alter  $< 2.5$  Jahre (417 Fälle) in der Summierung ausgeklammert; Bandbreite aller in der Berechnung erfassten Sterbefälle somit ab Alter 2.5 J. - 112.5 J.

\*\*\*HMD <https://www.mortality.org/>

17.11.2024



**Genereller Ansatz aus Basisformel (linksschief – logistische Summierung der jährlichen Sterbefälle):**

$$Kx = \{1 - [e^{-(A * e^{(B * X)})}]\} * Kmax$$

$Kx$  = Teilsumme aller bis zum Jahr X akkumulierten Sterbefälle

$Kmax$  = Gesamtsumme aller Sterbefälle (**iterativ**, für grösstmöglichen Korrelationskoeffizienten  $r$ )

$A$  = Konstanteterm;  $B$  = Regressionskoeffizient

**Die Berechnung der Restlebenszeiten (je nach aktuellem Alter) aus vorgegebenen Perzentilen der Erlebenswahrscheinlichkeit innerhalb der Bandbreite von 1% - bis 99% aller Verstorbenen (95%, 80%, 65%, 50%, 35%, 20%, 5%) erfolgt durch jeweilige Umformung obiger Basisformel.**

**Hier vorliegende Kennwerte zur Basisformel:**

$Kmax$  (iterativ) = 99609 Fälle (~100000 Fälle - entsprechend Spalte dx zur Sterbetafel HMD 5x1/ 2022)

$A = 0.00017$ ;  $B = 0.0979227$ ;  $r = 0.99574$

Abgänge unter 1% = bei Alter 41.72 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 42.5 Jahren)

Abgänge unter 99% = bei Alter 104.29 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 97.5 Jahren)

$Xs$  = Häufigste Abgänge = bei Alter 88.69 Jahre = wahrscheinlichste Lebenserwartung ab Geburt

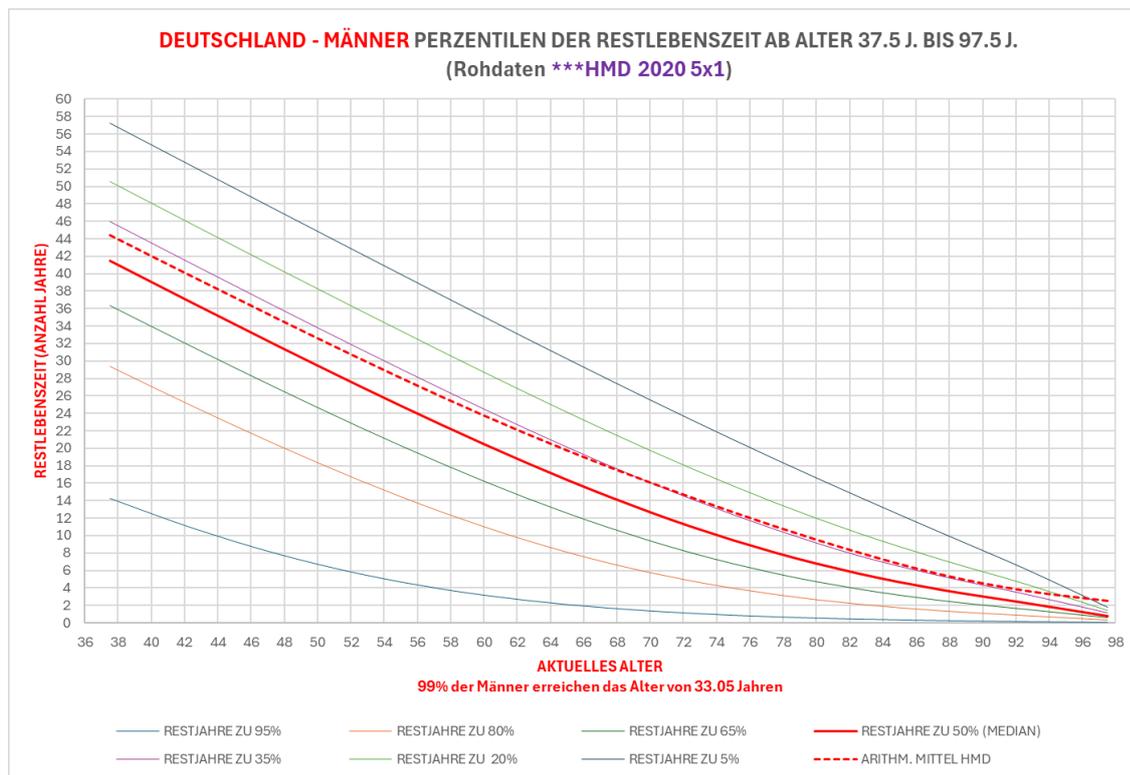
$X50$  = Median = 84.95 Jahre ab Geburt

Maximale Fehlerbandbreite der berechneten Restlebenszeiten  $\leq 0.5$  Jahre (!)

Sterbefälle im Alter  $< 7.5$  Jahre (397 Fälle) in der Summierung ausgeklammert; Bandbreite aller in der Berechnung erfassten Sterbefälle somit ab Alter 7.5 J. - 112.5 J.

\*\*\*HMD <https://www.mortality.org/>

17.11.2024



**Genereller Ansatz aus Basisformel (linksschief – logistische Summierung der jährlichen Sterbefälle):**

$$Kx = \{1 - [e^{-(A * e^{(B * X)})}]\} * Kmax$$

Kx = Teilsumme aller bis zum Jahr X akkumulierten Sterbefälle

Kmax = Gesamtsumme aller Sterbefälle (**iterativ**, für grösstmöglichen Korrelationskoeffizienten r)

A = Konstanteterm; B = Regressionskoeffizient

**Die Berechnung der Restlebenszeiten (je nach aktuellem Alter) aus vorgegebenen Perzentilen der Erlebenswahrscheinlichkeit innerhalb der Bandbreite von 1% - bis 99% aller Verstorbenen (95%, 80%, 65%, 50%, 35%, 20%, 5%) erfolgt durch jeweilige Umformung obiger Basisformel.**

**Hier vorliegende Kennwerte zur Basisformel:**

Kmax (iterativ) = 99688 Fälle (~100000 Fälle - entsprechend Spalte dx zur Sterbetafel HMD 5x1/ 2020)

A = 0.00047; B = 0.0923713; r = 0.99855

Abgänge unter 1% = bei Alter 33.05 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 37.5 Jahren)

Abgänge unter 99% = bei Alter 99.39 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 97.5 Jahren)

Xs = Häufigste Abgänge = bei Alter 82.85 Jahre = wahrscheinlichste Lebenserwartung ab Geburt

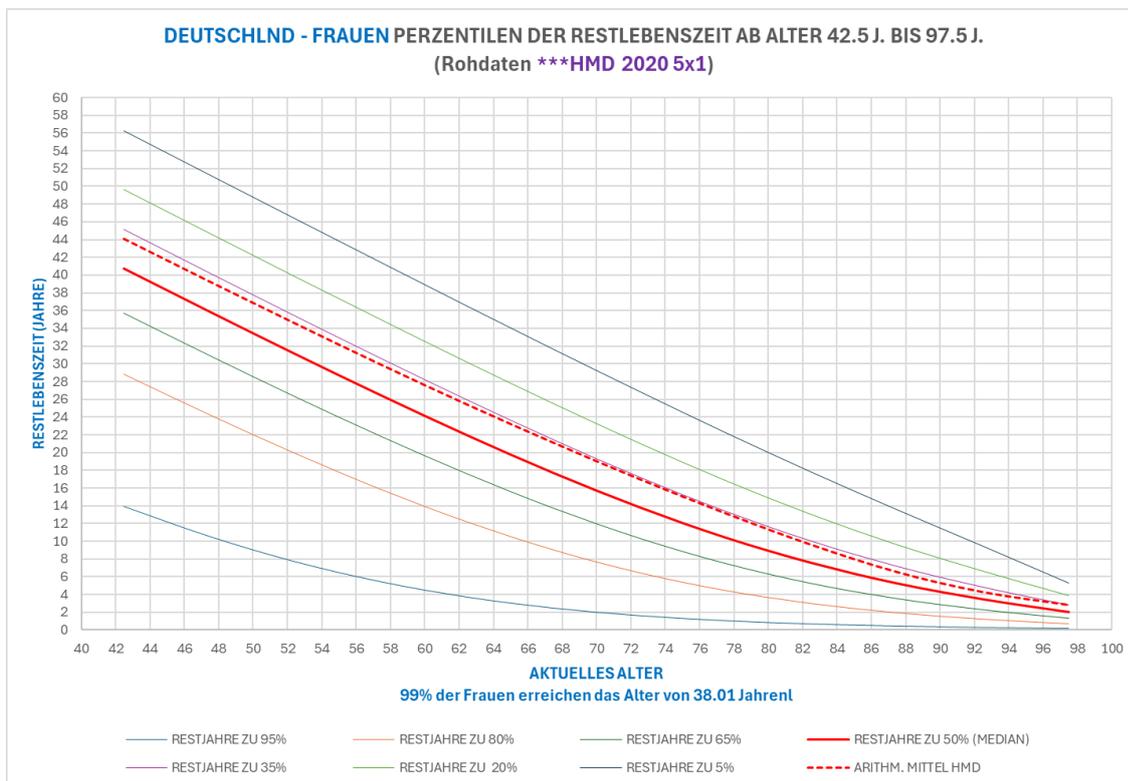
X50 = Median = 78.88 Jahre ab Geburt

Maximale Fehlerbandbreite der berechneten Restlebenszeiten <= 0.5 Jahre (!)

Sterbefälle im Alter = 0 Jahre (322 Fälle) in der Summierung ausgeklammert; Bandbreite aller in der Berechnung erfassten Sterbefälle somit ab Alter 2.5 J. - 112.5 J.

\*\*\*HMD <https://www.mortality.org/>

17.11.2024



**Genereller Ansatz aus Basisformel (linksschief – logistische Summierung der jährlichen Sterbefälle):**

$$Kx = \{1 - [e^{-(A \cdot e^{(B \cdot X)})}]\} \cdot Kmax$$

Kx = Teilsumme aller bis zum Jahr X akkumulierten Sterbefälle

Kmax = Gesamtsumme aller Sterbefälle (**iterativ**, für grösstmöglichen Korrelationskoeffizienten r)

A = Konstanteterm; B = Regressionskoeffizient

**Die Berechnung der Restlebenszeiten (je nach aktuellem Alter) aus vorgegebenen Perzentilen der Erlebenswahrscheinlichkeit innerhalb der Bandbreite von 1% - bis 99% aller Verstorbenen (95%, 80%, 65%, 50%, 35%, 20%, 5%) erfolgt durch jeweilige Umformung obiger Basisformel.**

**Hier vorliegende Kennwerte zur Basisformel:**

Kmax (iterativ) = 99720 Fälle (~100000 Fälle - entsprechend Spalte dx zur Sterbetafel HMD 5x1/ 2020)

A = 0.000228; B = 0.09819435; r = 0.99679

Abgänge unter 1% = bei Alter 38.01 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 37.5 Jahren)

Abgänge unter 99% = bei Alter 103.32 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 97.5 Jahren)

Xs = Häufigste Abgänge = bei Alter 87.04 Jahre = wahrscheinlichste Lebenserwartung ab Geburt

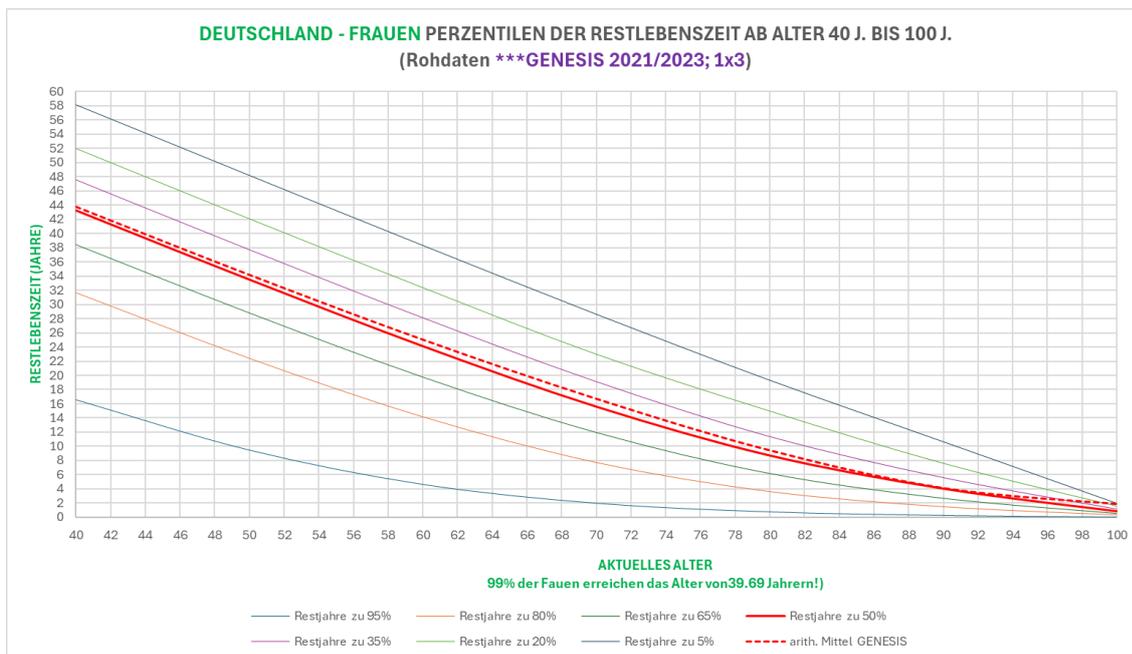
X50 = Median = 83.14 Jahre ab Geburt

Maximale Fehlerbandbreite der berechneten Restlebenszeiten <= 0.5 Jahre (!)

Sterbefälle im Alter = 0 Jahre (289 Fälle) in der Summierung ausgeklammert; Bandbreite aller in der Berechnung erfassten Sterbefälle somit ab Alter 2.5 J. - 112.5 J.

\*\*\*HMD <https://www.mortality.org/>

17.11.2024



**Genereller Ansatz aus Basisformel (linksschief – logistische Summierung der jährlichen Sterbefälle):**

$$Kx = \{1 - [e^{-(A * e^{(B * X)})}]\} * Kmax$$

Kx = Teilsumme aller bis zum Jahr X akkumulierten Sterbefälle

Kmax = Gesamtsumme aller Sterbefälle (iterativ, für grösstmöglichen Korrelationskoeffizienten r)

A = Konstanteterm; B = Regressionskoeffizient

**Die Berechnung der Restlebenszeiten (je nach aktuellem Alter) aus vorgegebenen Perzentilen der Erlebenswahrscheinlichkeit innerhalb der Bandbreite von 1% - bis 99% aller Verstorbenen (95%, 80%, 65%, 50%, 35%, 20%, 5%) erfolgt durch jeweilige Umformung obiger Basisformel.**

**EINE ERGÄNZUNG DES THEMAS dient zu Vergleichszwecken von DEUTSCHLAND – FRAUEN unter Verwendung zweier verschiedener Sterbetafeln (Seite 5: HMD 5x1; 2020 – hier: GENESIS 1X3; 2021/2023).  
Kommentar dazu siehe letzte Seite.**

**Hier vorliegende Kennwerte zur Basisformel:**

Kmax (iterativ) = 100677 Fälle (~100000 Fälle - entsprechend Spalte dx zur Sterbetafel GENESIS 2021/2023)

A = 0.00021; B = 0.096988; r = 0.99765

Abgänge unter 1% = bei Alter 39.69 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 40 Jahren)

Abgänge unter 99% = bei Alter 102.87 Jahre (Begrenzung der Grafik bei 100 Jahren)

Xs = Häufigste Abgänge = bei Alter 87.12 Jahre = wahrscheinlichste Lebenserwartung ab Geburt

X50 = Median = 83.35 Jahre ab Geburt

Maximale Fehlerbandbreite der berechneten Restlebenszeiten < = 0.5 Jahre (!)

Sterbefälle im Alter = 0 Jahre (337 Fälle) in der Summierung ausgeklammert; Bandbreite aller in der Berechnung erfassten Sterbefälle somit ab Alter 3 J. - 106 J.

## KOMMENTAR (Vergleichsbetrachtung)

Obwohl die beiden Grafiken zu «DEUTSCHLAND – FRAUEN» auf unterschiedlichen Sterbetafeln basieren, sind die resultierenden PERZENTILEN praktisch deckungsgleich. Das hängt damit zusammen, dass die Ergebnisse auf einer Iteration basieren, welche die grösstmögliche Angleichung der Basisformel an die Spalte qx zur Sterbetafel sucht, was auch als eine Form der Datenglättung verstanden werden kann. Eine merkliche Abweichung in den beiden Grafiken betrifft dagegen «die Lage» der Kurve «arithm. Mittel der Restlebenszeit» (rote Punktierung). BEI DIESER LINIE HANDELT ES SICH ABER NICHT UM EINE BESTIMMTE PERZENTILE, sondern um die altersabhängige Angabe der mittleren Restlebenszeit laut Spalte ex der verwendeten Sterbetafel. Allein der Umstand, dass bei deren Berechnung auch die zahlreichen «zufälligen Ausreisser» innerhalb der ersten Lebensjahre in die Rechnung eingehen zeigt, dass diese «weltweit etablierte» Grösse eigentlich ein fragwürdiges Entscheidungskriterium darstellt. So wie beispielsweise bei der Einkommensverteilung auf den Median X50 (oder noch besser: auf den häufigsten und damit wahrscheinlichsten Wert Xs) zurückgegriffen wird, sollte dies eigentlich auch bei «Lebenserwartungsstatistiken» zum Standard werden.

Die in der Einleitung Seite 1 gemachte Feststellung, dass der arithmetische Mittelwert der Restlebensdauer nur in ca. 35% der Fälle erreicht wird, ergab sich zwar (angenähert) für die ersten vier der hier gezeigten Beispiele, darf aber NICHT verallgemeinert werden (siehe obigen Vergleich). Die Schwankungen, bezogen auf den Median, hängen stark von den «zufälligen Ausreissern» in der diskreten Aufsummierung der einzelnen Sterbefälle pro Altersjahr zusammen.