

ZUFALLSZAHLEN NACH TABELLEN 1 BIS 6: VERSTÄNDIGUNG UND INSTRUKTIONEN

Allgemeines:

Zufallszahlen werden normalerweise aus gleichverteilten Zahlenreihen mittels <Ziehung mit Zurücklegen> gewonnen. Statistisch hat demnach jede gezogene Zufallszahl (innerhalb einer Zahlenreihe von beispielsweise -17 bis +82) dieselbe Chance, zufälligerweise gezogen zu werden. Die Verteilungsdichte aus der Ziehung [(Z)Anzahl] wird damit durch eine horizontale Linie parallel zur X - Achse mit Abstand $1/n$ (bei n - Zahlen der Zahlenreihe, und wenn $\lim [(Z)Anzahl] \rightarrow \infty$) dargestellt.

Die Häufigkeitsverteilungen, resp. die Verteilungsdichten von natürlichen Zahlenreihen sind aber oftmals normalverteilt, woraus in der grafischen Abbildung eine symmetrische, eine linksschiefe oder aber eine rechtsschiefe „Glockenkurve“ erscheint. Bei entsprechenden Asymmetrien des Glockenscheitels weicht somit der Modalwert (Zahlenwert der Reihe mit grösster spezifischer Häufigkeit) in definierter Weise vom arithmetischen Mittelwert der Zahlenreihe ab.

Dasselbe gilt für Zahlenreihen, bei welchen nicht die realen Einzelwerte, sondern deren Logarithmen normalverteilt sind. Die realen Einzelwerte sind dann in ähnlicher Weise asymmetrisch verteilt, wie bei den vorgenannten Asymmetrien.

Programminhalt:

Die folgenden sechs Excel – Berechnungstools erlauben es, definierte Zahlenreihen (maximal 100 aneinander gereihete, ganze Zahlen) in der gewünschten Häufigkeitsverteilung zu generieren. Zugleich kann eine „innere Bandbreite“ abgesteckt werden, innerhalb welcher in einem zweiten Schritt bis zu 100 Zufallszahlen gezogen werden können. Die „Genauigkeit“ der erfolgten Ziehung mit der theoretischen Häufigkeitsverteilung der Zahlenreihe wird durch zwei berechnete Korrelationskoeffizienten ausgedrückt. Der eine gilt für die rechnerisch exakten Zufallswerte (abgeleitet aus der kontinuierlichen Häufigkeitsverteilung), und der andere für die von hier aus gerundeten, ganzzahligen Zufallswerte.

Folgende Zahlenreihen und Zufallszahlen können generiert werden:

Tabelle 1: Symmetrisch – normalverteilt (Modus \equiv Arithmetischer Mittelwert, mit $y_s = 0.5$)

Tabelle 2: ****

Tabelle 3: *Linksschief – normalverteilt; Modus $>$ Arithmetischer Mittelwert; $y_s = (1 - (e^\wedge -1))$

Tabelle 4: *Rechtsschief – normalverteilt; Modus $<$ Arithmetischer Mittelwert; $y_s = (e^\wedge -1)$

Tabelle 5: *Rechtsschief – lognormal; Modus $<$ Arithmetischer Mittelwert; y_s für reale SK $\sim (e^\wedge -1)^{***}$

Tabelle 6: *Linksschief – lognormal; Modus $>$ Arithmetischer Mittelwert; y_s für reale SK $\sim (1 - (e^\wedge -1))^{***}$

(y_s = Wendepunkt der Summenkurve [SK], wenn $y_{\max.} = 1$). Für logarithm. SK y_s je = 0.5^{***} ; (***)Präzisierung 22.03.10)

Durch die Begrenzung der Bandbreite innerhalb der Zahlenreihe können Zufallszahlen für nahezu beliebige Häufigkeitsverteilungen (ansteigend, symmetrisch oder fallend innerhalb der Ziehungsbreite) generiert werden. Die „Zuverlässigkeit“ der gewonnenen Zufallsverteilung ist dabei dank des berechneten Korrelationskoeffizienten jederzeit ersichtlich, bzw. wird an der theoretischen Idealverteilung gemessen. *Begriffskorrektur 16. 05. 2010: Linksschief = Grösste Häufigkeit rechts (!) der Mitte; u.u.

**** Tabelle 2 bezieht sich auf gleichverteilte Zahlenreihen (Würfel, Roulette), wofür die vertrauten Methoden der Zufallszahlen – Gewinnung Anwendung finden (Zahlentafeln, Random – Taschenrechner; echte Zufallszahl – Generatoren \rightarrow siehe unten). In Tabelle 2 wird daher nur noch die Korrelation einer zufälligen Ziehung mit der theoretischen Gleichverteilung ermittelt.

Praktische Handhabung der Tabellen:

Ist die Tabelle für die gewünschte Häufigkeitsverteilung geöffnet (z.B. Tabelle 1, symmetrisch - normalverteilt), so ist zunächst in Feld B7 und B10 der Minimalwert resp. Maximalwert der gewünschten Zahlenreihe einzugeben → im Beispiel (-12), (20). Desgleichen ist die „Ziehungsbreite“ in C8 und C9 anzugeben → im Beispiel (-5), (10). Selbstverständlich kann diese Ziehungsbreite mit der Zahlenreihe auch identisch sein. In den Spalten B21ff, C21ff und D21ff können die daraus berechneten Zahlenwerte (Summenkurve, Verteilungsdichten) markiert, und zur Veranschaulichung (vorübergehend oder bleibend durch abspeichern) ins Excel – Grafiktool übertragen werden (siehe gespeichertes Beispiel als Diagramm A, B, C zu Tabelle 1).

Um nun aus der so gewonnenen Urne Zufallszahlen zu ziehen, ist als nächstes die gewünschte „Stückzahl“ im Feld C11 anzugeben → im Beispiel (41). Alsdann sind durch Anklicken von Feld F19 über einen Link zu www.random.org/integers gleichverteilte Zufallszahlen zu gewinnen, welche im Rechenprogramm durch Transformation auf die gewünschte Häufigkeitsverteilung (Tabelle 1 bis 6) ausgerichtet werden:

Unter <Numbers>:

- Angabe der gewünschten „Stückzahl“. Beachte: Unsere Excel – Tabelle ist für max. 100 Entnahmen konzipiert.

- Zahlenband von 1 bis 9999

- Darstellung in 1 Kolonne

Die gewonnenen (vierstelligen) Werte können mit Mausklick markiert und kopiert werden. Nach neuerlichen öffnen der Excel – Tabelle werden diese gleichverteilten Zufallszahlen ab Spalte F21ff eingefügt und über den Menüpunkt <Daten> „ansteigend sortiert“.

Damit die gesuchten Zufallszahlen in der vorgesehenen Verteilung (hier also symmetrisch – normalverteilt) richtig angegeben werden → im Beispiel: Spalte I21ff (theoretische Zufallszahlen, berechnet) resp. Spalte J21ff (gerundete Ganzzahlen), muss in Zeile 121 bei allen gelb markierten Feldern durch anklicken die Summenformel in der Funktionsleiste auf die betreffende „Stückzahl“ ausgerichtet werden. Für Spalte H beispielsweise: H21 bleibt stets unverändert, wogegen H?? (in diesem Beispiel H61) jeweils aus der Summe aus (21 + „Stückzahl“ minus 1) zu bilden ist.

Nach dieser Programm – Abstimmung stehen die in Spalte I21ff und J21ff gewonnenen Zufallswerte mit Nachweis ihrer Korrelation zur theoretischen Verteilung laut Feld J123 und J124 fest.

Die genannten Handhabungen gelten für alle Tabellen mit Ausnahme von Tabelle 2:

Bei der Überprüfung der Korrelation gemäss Tabelle 2 werden die mittels www.random.org/integers gewonnenen Zufallszahlen direkt in Spalte A21ff übertragen (es wird keine Summenhäufigkeitskurve mit Verteilungsdichten erstellt). Ferner sind auch hier die Bandbreite der gewünschten Zahlenreihe → im Beispiel von (1) bis (100) in Feld A7 resp. A10 sowie die „Ziehungsbreite“ in Feld B8 resp. B9, und die „Stückzahl“ in Feld B11 festzulegen. Desgleichen sind in Zeile 121 die gelben Summenfelder wiederum auf die aktuelle „Stückzahl“ anzupassen → im Beispiel =SUMME(B21:B??), etc.

Die dunkelgrau abgedeckten „Hilfsergebnisse/Zwischenwerte“ sind für den Benutzer belanglos und werden hier nicht näher kommentiert.

Die Programme selber sind „schreibgeschützt“. Sie können für individuelle Berechnungen „überschrieben“ werden, ohne dass dadurch in den Berechnungsformeln Fehler entstehen. Dies gilt auch bezüglich farblicher Markierungen (der Bandbreite) von Zahlenreihen. Beim Verlassen des Programms ist auf die Frage, ob „Änderungen“ gespeichert werden sollen, mit NEIN zu antworten. Wird das Programm über den Internet - Link <http://www.baudaten.com/pdf/zufallszahlen.zip> genutzt, so ist eine versehentlich bleibende Änderung des Programminhalts generell ausgeschlossen.